1. Provea grafos que cumpla con las siguientes características:

   (a) Un grafo simple de orden 6 y tamaño 7 tal que tenga un solo nodo aislado. *(Un nodo aislado es aquél que no tiene ningún nodo adyacente).*

   (b) Un multigrafo de orden 4, tamaño 10 y que tenga nada más un nodo con lados incidentes.

   (c) Un multigrafo de orden 4, tamaño 10, con solo un nodo aislado.

   (d) Dos grafos simples de orden 6 tal que K_4 (el grafo completo de orden 4) esté embebido a ambos grafos. *(Un grafo G está embebido a un grafo H si existe un subgrafo de H, llámese S_H, tal que G es isomorfo a S_H. Todo subgrafo está embebido a su supergrafo vía el isomorfismo identidad).*

   (e) Dos grafos simples, uno de orden 4 y tamaño 3, otro de orden 5 y tamaño 9, tal que uno es subgrafo del otro.

2. Determine la máxima cantidad de lados que puede haber:

   (a) En un grafo simple de grado k.

   (b) En un grafo de grado k *(no necesariamente simple ni multigrafo).*

3. Considere los grafos bipartitos. Se puede realizar una definición análoga a los grafos completos aplicado a los grafos bipartitos. Un grafo bipartito es completo si:

   - El grafo es bipartito.
   - El grafo es simple.
   - Todo nodo de un conjunto es adyacente a todo nodo del otro conjunto. *(Esta propiedad garantiza el lado contrario).*

   Un grafo bipartito completo se va a llamar $K_{n,m}$, donde n y m son las cardinalidades de los dos conjuntos presentes en el grafo bipartito.

   Ejemplo: El siguiente grafo etiquetado $G = (V, E)$ (representado de manera formal), con V y E definidos después, representa el grafo bipartito completo $K_{3,2}$.

   - $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
   - $E = \{\{1, 4\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}\}$

   Observe que V se puede partir en los conjuntos $\{1, 2, 3\}$ y $\{4, 5\}$. Bajo esa partición, se cumple las condiciones de biparticionalidad

   (a) Haga la representación gráfica de los grafos bipartitos completos $K_{3,2}$, $K_{4,3}$ y $K_{1,5}$.

   (b) ¿Cuántos lados tienen los nodos anteriores? ¿Puede construir una fórmula que calcule el número de lados de un grafo bipartito completo?

4. Para cada uno de los siguientes grafos, escriba la representación gráfica de éste y el subgrafo inducido por el conjunto dado:

   (a) $G = (E, V)$ con:
   - $E = \{a, b, c, d, e, f\}$.
   - $V = \{(a, b), (a, c), (b, f), (c, d), (c, e), (a, f), (d, e), (e, e)\}$.
   - El conjunto a inducir es $F = \{a, d, e, f\}$.

   (b) $G = (E, V)$ con:
   - $E = \{1, 2, 3, 4\}$.
   - $V = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{4, 3\}\}$.
   - El conjunto a inducir es $F = \{3, 4\}$.

   (c) $G = (E, V)$ con:
   - $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
   - $V = \{(x, y) | x \in E \land y \in E\}$.

- El conjunto a inducir es $F = \{x | x \in E \land x \,\%\, 2 = 0\}$, donde % es el operador "módulo".

(d) $G = (E, V)$ con:

- $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- $V = \{(x, y) | x \in E \land y \in E\}$.
- El conjunto a inducir es $F = \emptyset$.

5. Para el siguiente grafo $G = (E, V)$ con:

   - $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
   - $V = \{(x, (x + 1) \,\%\, 7) | x \in E\}$.

   ¿Cuáles son sus subgrafos cobertores?